

# EINI

# LogWing/WiMa/MP

**Einführung in die Informatik für  
Naturwissenschaftler und Ingenieure**

**Vorlesung      2 SWS      WS 19/20**

Dr. Lars Hildebrand  
Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund  
[lars.hildebrand@tu-dortmund.de](mailto:lars.hildebrand@tu-dortmund.de)  
<http://ls14-www.cs.tu-dortmund.de>

- **Prolog**
- Funktionen
- Rekursion

## ▶ Kapitel 4

Grundlagen imperativer Programmierung:

- ▶ Funktionen
- ▶ Rekursion

## ▶ Unterlagen

- ▶ Dißmann, Stefan und Ernst-Erich Doberkat: *Einführung in die objektorientierte Programmierung mit Java*, 2. Auflage. München [u.a.]: Oldenbourg, 2002, Kapitel 3.4 & 4.1. (→ ZB oder Volltext aus Uninetz)
- ▶ Echtele, Klaus und Michael Goedicke: *Lehrbuch der Programmierung mit Java*. Heidelberg: dpunkt-Verl, 2000, Kapitel 4. (→ ZB)
- ▶ Gumm, Heinz-Peter und Manfred Sommer: *Einführung in die Informatik*, 10. Auflage. München: De Gruyter, 2012, Kapitel 2.7 – 2.8. (→ Volltext aus Uninetz)

# Zwischenstand

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

- ✓ Variablen
- ✓ Zuweisungen
- ✓ (Einfache) Datentypen und Operationen
  - ✓ Zahlen  
`integer, byte, short, long; float, double`
  - ✓ Wahrheitswerte (`boolean`)
  - ✓ Zeichen (`char`)
  - ✓ Zeichenketten (`String`)
  - ✓ Typkompatibilität
- ✓ Kontrollstrukturen
  - ✓ Sequentielle Komposition, Sequenz
  - ✓ Alternative, Fallunterscheidung
  - ✓ Schleife, Wiederholung, Iteration: `while`, `do-while`, `for`
- Verfeinerung
  - Unterprogramme, Prozeduren, Funktionen
  - Blockstrukturierung
- ▶ Rekursion

# Wiederholung

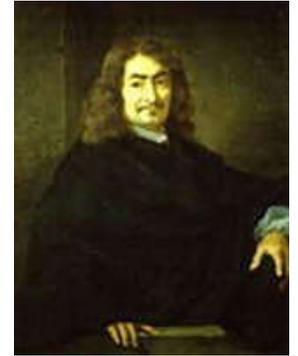
EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4  
Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

- ▶ Def. „Informatik“ (nach der Akademie Francaise):
  - ▶ von „informatique“
  - ▶ **„Behandlung von Information mit rationalen Mitteln“**



René Descartes

- ▶ „rationale Mittel“ nach Descartes (aus *Abhandlung über die Methode*, 1637):
  - ▶ Nur dasjenige gilt als wahr, was so klar ist, dass kein Zweifel bleibt.
  - ▶ **Größere Probleme sind in kleinere aufzuspalten.**
  - ▶ **Es ist immer vom Einfachen zum Zusammengesetzten hin zu argumentieren.**
  - ▶ Das Werk muss am Ende einer abschließenden Prüfung unterworfen werden.

# Unterprogramme - Idee

- ▶ Grundidee:
  - ▶ Probleme werden in Teilprobleme zerlegt, die durch bekannte oder neu zu entwickelnde Algorithmen gelöst werden:
  - ▶ Aus den Lösungen der Teilprobleme wird eine Lösung für das Gesamtproblem bestimmt.
  - ▶ Dieses Konzept wird in Programmiersprachen durch **Unterprogramme** unterstützt.

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

# Unterprogramme

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

- ▶ **Block** mit eigenem Bezeichner mit Eingabeparametern und Ausgabeparametern: { }
- ▶ → Dadurch mehrfache Verwendung im Programm möglich.
- ▶ Wiederverwendbarkeit / Nützlichkeit hängt vom Problem, aber auch vom Grad der Abstraktion ab.
  
- ▶ **Varianten:**
  - ▶ **Funktion**: Unterprogramm **mit** ausgezeichnetem Rückgabeparameter
  - ▶ ~~Prozedur~~: Unterprogramm **ohne** ausgezeichneten Rückgabeparameter
  - ▶ **Methode**: Funktion/Prozedur, die für ein Objekt/einen speziellen Datentyp definiert ist.

- ▶ Wir verwenden den Begriff **Funktion**
  - ▶ für Unterprogramme in Java
    - mit Rückgabewert
    - ohne Rückgabewert
  - ▶ solange wir **imperativ programmieren**.
  
- ▶ Wir verwenden den Begriff **Methode**
  - ▶ für Unterprogramme in Java
    - mit Rückgabewert
    - ohne Rückgabewert
  - ▶ sobald wir **objektorientiert programmieren**.

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

# Wiederholung I

## Beispiel: einfache Numerik-Funktionen

- ▶ Berechnung der Quadratwurzel `sqrt` für  $n > 0$
- ▶ Nützlichkeit klar,
  - ▶ in vielen Programmen unabhängig vom Kontext verwendbar
  - ▶ daher auch in Bibliotheken (Libraries) stets verfügbar
- ▶ Eine Berechnungsidee: Intervallschachtelung
  - ▶ Finde eine untere Schranke.
  - ▶ Finde eine obere Schranke.
  - ▶ Verringere obere und untere Schranke, bis der Abstand hinreichend gering geworden ist.
  - ▶ Etwas konkreter: Halbiere Intervall, fahre mit demjenigen Teilintervall fort, das das Resultat enthält.

EINI LogWing /  
WiMa

### Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Wiederholung II

```
double x = 2.0,  
       uG = 0, oG = x + 1, m,  
       epsilon = 0.001;
```

```
do  
{  
    m = 0.5 * (uG + oG);  
    if (m*m > x)  
        oG = m;  
    else  
        uG = m;  
}
```

```
while (oG - uG > epsilon);
```

```
System.out.println ("Wurzel " + x  
                    + " beträgt ungefähr "  
                    + m);
```

EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Beispiel `double sqrt(double x)`

```
double sqrt(double x) {
```

```
double uG = 0, oG = x + 1,  
m, epsilon = 0.001;
```

```
do {  
    m = (uG + oG) / 2;  
    if (m*m > x)  
        oG = m;  
    else  
        uG = m;  
}  
while (oG - uG > epsilon);
```

```
return m;
```

**double:** Deklaration des Datentyps für den Rückgabewert  
**x:** Eingabeparameter, Typ **double**  
**sqrt:** Funktionsbezeichner

**uG, oG, m, epsilon:** lokale Variablen

**m:** Rückgabewert

EINI LogWing / WiMa  
Kapitel 4  
Grundlagen imperativer Programmierung

- In diesem Kapitel:
- Prolog
  - Funktionen
  - Rekursion

# Beispiel `double sqrt(double x)` II

```
double sqrt(double x)
{
    ...
}
```

*void piip(C)*

▶ Name: aussagekräftig!

▶ **Rückgabewert:**

▶ Deklaration des Datentyps

▶ zur Rückgabe eines Ergebnisses an das Hauptprogramm

▶ void → kein Rückgabewert

▶ **Parameter:**

▶ optional

▶ Klammern müssen **immer** angegeben werden!

# Anwendung von sqrt (...)

```
import java.util.Scanner;
```

```
class Wurzel {
```

```
    public static void main(String[] args) {
```

```
        Scanner scanner = new Scanner(System.in);
```

```
        double eingabe = scanner.nextDouble();
```

```
        double ergebnis = sqrt(eingabe);
```

```
        System.out.println("Die Wurzel ist" + ergebnis);
```

```
    }
```

```
    static double sqrt(double x) {
```

```
        double uG = 0, oG = x + 1, m, epsilon = 0.001;
```

```
        ...
```

```
        return (m);
```

```
    }
```

```
}
```

EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Verwendung von Funktionen

Verwendung:

- ▶ Aufruf **ohne Rückgabewert**
- ▶ Aufruf **mit Rückgabewert**

*Sqrt(2.0);*

```
double m = sqrt(x),
```

```
System.out.println("Wurzel " + x + " ist  
ca. " + m);
```

- ▶ also:
  - ▶ Funktionen mit Rückgabewert: auf der rechten Seite einer Zuweisung **und** in Ausdrücken
  - ▶ Funktionen ohne Rückgabewert: nur in Ausdrücken
- ▶ Die Lösung von Teilproblemen durch Prozeduren (Funktionen) nennt man prozedurale (funktionale) **Abstraktion.**

EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

# Beispiel main (...)

```
public static void main (string[] args)  
{  
    ...  
}
```

- ▶ **Name:** main
- ▶ **Rückgabewert:** kein Rückgabewert
- ▶ **Parameter:**
  - ▶ vorhanden
  - ▶ aber: Wir nutzen die Parameter zur Zeit noch nicht.
- ▶ **public** (später im Rahmen der Objektorientierung)
- ▶ **static** (später im Rahmen der Objektorientierung)

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Top-Down-Entwurf I

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

- ▶ Top-Down-Strategie:
  - ▶ Zerlege Problem in Teilprobleme.
  - ▶ Löse Teilprobleme.
  - ▶ Kombiniere Lösung der Teilprobleme zur Lösung des Gesamtproblems.
- ▶ Im Entwurf:
  - ▶ Zerlege Problem in Teilprobleme.
  - ▶ Deklarriere für jedes Teilproblem eine Funktion, die im Entwurf **zunächst unausgefüllt** bleibt:
    - Stubs & Skeleton-Prinzip (**Stummel & Skelett**)
  - ▶ Löse Gesamtproblem (**Skelett**) mit Hilfe der **Stubs**.
  - ▶ Fülle die **Stubs**.

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

- ❖ Definiere Teilprobleme möglichst so, dass sie als allgemeine und bekannte Probleme aus der Informatik erkennbar werden, für die es bekannte Lösungen in Software-Bibliotheken gibt!
- ▶ Funktionale Abstraktion = Zerlegung nach Funktionen /Aufgaben:
  - ▶ typisch für imperative Programmierung
  - ▶ Es existieren Alternativen, z.B. die Zerlegung nach Daten.
  - ▶ Sichtweise für objektorientierte Programmierung ist etwas anders.

# Beispiel: Einfaches Spiel

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

```
public static void main(String[] args)
{
    int spieler = 1;
    boolean fertig = false;
    init();
    while (!fertig) {
        visualisiereSpiel();
        macheZug();
        if (Spielende())
            fertig = true;
        else
            SpielerWechsel();
    }
    GratuliereSieger();
}
```

```
void init()
void macheZug()
void SpielerWechsel()
```

```
void visualisiereSpiel()
boolean Spielende()
void GratuliereSieger()
```

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Kommunikation Haupt- und Unterprogramm I

Haupt- und Unterprogramme eines Programms teilen sich bei der Bearbeitung (= als Prozess) einen gemeinsamen Adressraum.

EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4  
Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

## ▶ Kommunikation über globale Variable:

- ▶ Variablen, die als global deklariert sind, können auch in Unterprogrammen gelesen und verändert werden.
- ▶ Verwendung von **globalen Variablen** in Funktionen führen dazu, dass deren genaue Auswirkungen schwierig überblickt werden können (→ Seiteneffekte).
- ❖ Nur sehr begrenzt sinnvoll einsetzbar!

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Kommunikation Haupt- und Unterprogramm II

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

### ▶ Kommunikation über Parameter:

- ▶ Eingabeparameter (mehrere): Liefern Informationen, die innerhalb des Unterprogramms nur gelesen werden.
- ▶ Rückgabeparameter (einer): Liefert Wert, der von der aufrufenden Funktion / Prozedur gelesen werden kann.
  - begrenzte Möglichkeiten
  - häufig für einfache Rückgaben (z.B. boolesche Resultate) und Auftreten von Fehlern genutzt

- ▶ Ausweg: Variablenparameter (Aufrufparameter, die Rückgabe erlauben)  
(bei Gumm/Sommer durch Bezug zur Sprache Pascal)

double sqrt ( x , ep )

# Werteparameter / Variablenparameter I

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

### ▶ Beobachtung: Werteparameter

- ▶ Bei einem Funktionsaufruf werden die Parameter mit konkreten Werten belegt.
- ▶ Sichtweise: Parameter sind **funktionslokale** Variablen, die bei Aufruf der Funktion mit den Werten des Aufrufs initialisiert werden.

### ▶ `double sqrt(double x)`

- Aufruf: `sqrt(4.0)`
- impliziert `x = 4.0` in der Funktion `sqrt`

*eingabe = 5.0;*

### ▶ **→ Call by Value**

*sqrt(eingabe)*

- ▶ Änderungen der Parameter in der Funktion **werden nicht** zurückgegeben!

# Anwendung von sqrt (...)

```
import java.util.Scanner;
```

```
class Wurzel {
```

```
    public static void main(String[] args) {
```

```
        Scanner scanner = new Scanner(System.in);
```

```
        double eingabe = scanner.nextDouble();
```

```
        double ergebnis = sqrt(eingabe);
```

```
        System.out.println("Die Wurzel von " + eingabe + " ist  
" + ergebnis);
```

```
    }
```

```
static double sqrt(double x) {
```

```
    double uG = 0, oG = x + 1, m, epsilon = 0.001;
```

```
    ...
```

```
    return (m) ;
```

```
}
```

```
}
```

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

# Werteparameter / Variablenparameter II

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

- ▶ **Variablenparameter** sind Parameter, die als Referenz / Adresse eines Datentyps deklariert sind:
  - ▶ Bei einem Funktionsaufruf werden die Parameter mit konkreten Werten belegt.
  - ▶ Parameter sind **nicht funktionslokal**.
  - ▶ **→ Call by Reference**
  - ▶ Änderungen der Parameter in der Funktion **werden** zurückgegeben!

❖ Primitive Datentypen: Call by Value

❖ Objekte: Call by Reference

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

# Abarbeiten von Funktionsaufrufen I

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- Rekursion

## 1. Idee: Textuelle Ersetzung

- ▶ Bei der Übersetzung des Quelltextes in Maschinensprache wird an jeder Stelle des Funktionsaufrufes der Quelltext eingefügt.

~~$\text{f}(x)$~~  = Sqr (eingabe)

### ▶ Nachteile:

- ▶ keine ineinander verschachtelten Funktionen
  - ▶ Bei Prozeduren okay, bei Funktionen wegen Rückgabeparametern umständlich.
  - ▶ Erzeugt unnötig umfangreichen Code in Maschinensprache.
- ▶ → Wird daher nur in speziellen Kontexten unterstützt.

## 2. Idee: Unterliegende Basismaschine (Prozessor) unterstützt Funktionsaufrufe.

- ▶ Prozess besteht aus Speicherbereichen für
  - ▶ **Verwaltungsinformationen** des Betriebssystems (Prozessorstatuswort, Programmzähler, ...)
  - ▶ **Programmcode**
  - ▶ **Heap** (= Haufen)
    - Menge aller Variablen, die zur Laufzeit verwendet wurden und noch nicht freigegeben wurden.

# Abarbeiten von Funktionsaufrufen III

## 2. Idee: Unterliegende Basismaschine (Prozessor) unterstützt Funktionsaufrufe. (Forts.)

▶ **Stack** (= Stapel)

- Bei jedem Funktionsaufruf wird ein neues Element auf dem Stapel erzeugt, das u.a. die **Parameter** und **lokalen Variablen** der Funktion enthält.
- Bei Terminierung einer Funktion wird das zugehörige (oberste) Element vom Stapel entfernt.

▶ → Erlaubt ineinander verschachtelte Funktionen.

$h_n$  = Sort (2.0);

# Zwischenstand

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

- ✓ Variablen
- ✓ Zuweisungen
- ✓ (Einfache) Datentypen und Operationen
  - ✓ Zahlen  
`integer, byte, short, long; float, double`
  - ✓ Wahrheitswerte (`boolean`)
  - ✓ Zeichen (`char`)
  - ✓ Zeichenketten (`String`)
  - ✓ Typkompatibilität
- ✓ Kontrollstrukturen
  - ✓ Sequentielle Komposition, Sequenz
  - ✓ Alternative, Fallunterscheidung
  - ✓ Schleife, Wiederholung, Iteration: `while`, `do-while`, `for`
- ✓ Verfeinerung
  - ✓ Unterprogramme, Prozeduren, Funktionen
  - ✓ Blockstrukturierung
- Rekursion

In diesem Kapitel:

- **Prolog**
- Funktionen
- Rekursion



# Funktionen

---

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

## Artikel im EINI-Wiki:

- **Methode**
  - Parameter
  - Rückgabe
- **Main**
- **Nebeneffekt**
- **Call by Value**
- **Call by Reference**
- **Stack**
- **Heap (Speicher)**

## In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Funktionen**
- Rekursion

# Rekursive Funktionen I

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

- ▶ **Rekursion** ist ein wichtiges Hilfsmittel zur Strukturierung des Kontrollflusses von Algorithmen und zur Beschreibung von Datenstrukturen.
- ▶ Eine Funktion  $f$  ist rekursiv, wenn
  - ▶ der Funktionsrumpf einen Aufruf der Funktion  $f$  selbst enthält oder eine Funktion  $g$ , die wiederum  $f$  aufruft.
  - ▶ eine Terminierungsbedingung existiert.
  - ▶ jede Eingabe nach endlich vielen Schritten terminiert.

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

# Was ist Rekursion?

Eine kle

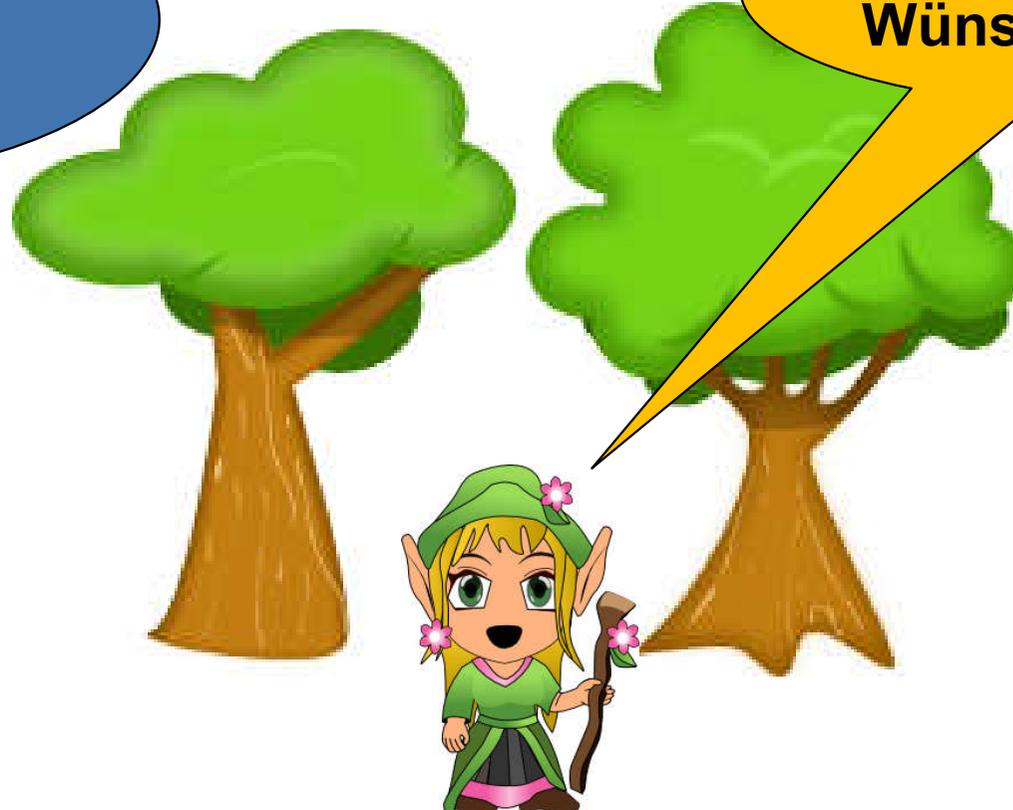
Beobachtung:

1. Der Mann ist eher einfach in der Wahl seiner Wünsche.
2. Der Mann hat keine Ahnung von Rekursion.

Ein Mar

Ein großes Haus,  
ein schnelles Auto,  
eine hübsche Frau!

**Du hast 3  
Wünsche frei!**



# Was ist Rekursion?

Noch

Beobachtung:

1. Der Mann ist edel in der Wahl seiner Wünsche.
2. Der Mann hat keine Ahnung von Rekursion.

Heilmittel gegen alle Krankheiten,  
Arbeitsplätze für Alle,  
Weltfrieden!

**Du hast 3  
Wünsche frei!**



# Was ist Rekursion?

Ein In

Beobachtung:

1. Der Informatiker ist eher einfachen Gemüts.
2. Er kennt die Rekursion (zum Teil)!

Einen schnelleren Prozessor,  
mehr Speicher,  
...

**Los! 3  
Wünsche, bla,  
bla, bla**

... und noch so eine Fee!



# Rekursive Funktionen II

## Was ist also Rekursion?

- ▶ Eine Funktion  $f$  ist **rekursiv**, wenn
  - ▶ der Funktionsrumpf einen Aufruf der Funktion  $f$  **selbst** enthält oder eine Funktion  $g$ , die wiederum  $f$  **aufruft**.
  - ▶ eine **Terminierungsbedingung** existiert.
  - ▶ jede Eingabe nach **endlich** vielen Schritten **terminiert**.

```
void fee () {  
    wunsch ();  
    wunsch ();  
    fee ();  
}
```

Anmerkung: In diesem Beispiel **fehlt** die Terminierungsbedingung!

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

## Was ist also Rekursion?

- ▶ Eine Funktion  $f$  ist **rekursiv**, wenn
  - ▶ der Funktionsrumpf einen Aufruf der Funktion  $f$  **selbst** enthält oder eine Funktion  $g$ , die wiederum  $f$  **aufruft**.
  - ▶ eine **Terminierungsbedingung** existiert.
  - ▶ jede Eingabe nach **endlich** vielen Schritten **terminiert**.

```
void fee() {  
    wunsch();  
    wunsch();  
    if (noch_immer_nicht_genug())  
        fee();  
}
```

Anmerkung: In diesem Beispiel existiert die Terminierungsbedingung!

# Rekursive Funktionen

## Beispiel: Fakultätsfunktion

▶ mathematische Definition

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n = 0 \\ n \cdot (n-1)!, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 4$$

$$\begin{aligned} 3! &= 3 \cdot 2! = 3 \cdot 2 \cdot 1! \\ &= 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0! \\ &= 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \end{aligned}$$

▶ rekursive Funktion

```
int fakultaet(int n)  
{  
    if (n == 0) return(1);  
    else return( n * fakultaet(n-1) );  
}
```

Rekursionsanker  
Rekursion

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

# Aufbau der Rekursion

4! =

```
int fakultaet(int n) {  
    if (n == 0) return(1);  
    else return(n * fakultaet(n-1));  
}
```

EINI LogWing /  
WiMa

Kapitel 4  
Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

n = 4    n != 0 return (n \* fakultaet(n-1))

n = 3    n != 0 return (n \* fakultaet(n-1))

n = 2    n != 0 return (n \* fakultaet(n-1))

n = 1    n != 0 return (n \* fakultaet(n-1))

n = 0    n == 0 return (1)

1  
2  
3  
4

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

Stack ↗

# Abbau der Rekursion

4! = 24

```
int fakultaet(int n) {  
    if (n == 0) return(1);  
    else return(n * fakultaet(n-1));  
}
```

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

n = 4    n != 0    return (n \* **fakultaet(n-1)**)

n = 3    n != 0    return (n \* **fakultaet(n-1)**)

n = 2    n != 0    return (n \* **fakultaet(n-1)**)

n = 1    n != 0    return (n \* **fakultaet(n-1)**)

**n = 0    n == 0    return (1)**

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

# Beispiel: Türme von Hanoi I

EINI LogWing /  
WiMa

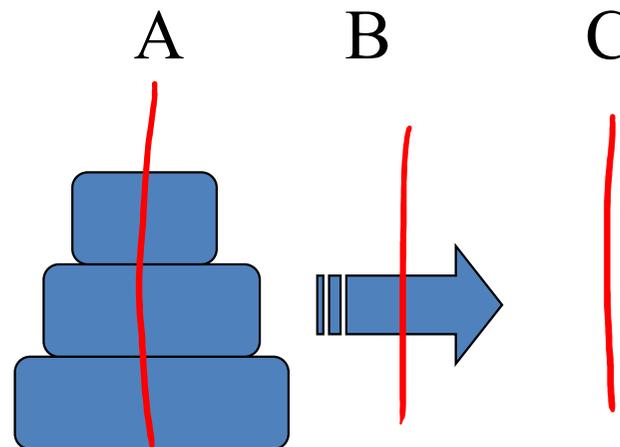
## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

- ▶ Ein Stapel von  $n$  Scheiben verschiedener Durchmesser sei als Turm aufgeschichtet. Der Durchmesser nimmt nach oben ab.
- ▶ Der Turm steht auf Platz A, soll nach Platz C verlagert werden, wobei Platz B als Zwischenlager benutzt werden darf.
- ▶ Randbedingungen:
  - Es darf jeweils nur 1 Scheibe bewegt werden.
  - Es darf nie eine größere auf einer kleineren Scheibe liegen.



# Beispiel: Türme von Hanoi II

Einfachster Fall: 1 Scheibe von A nach C

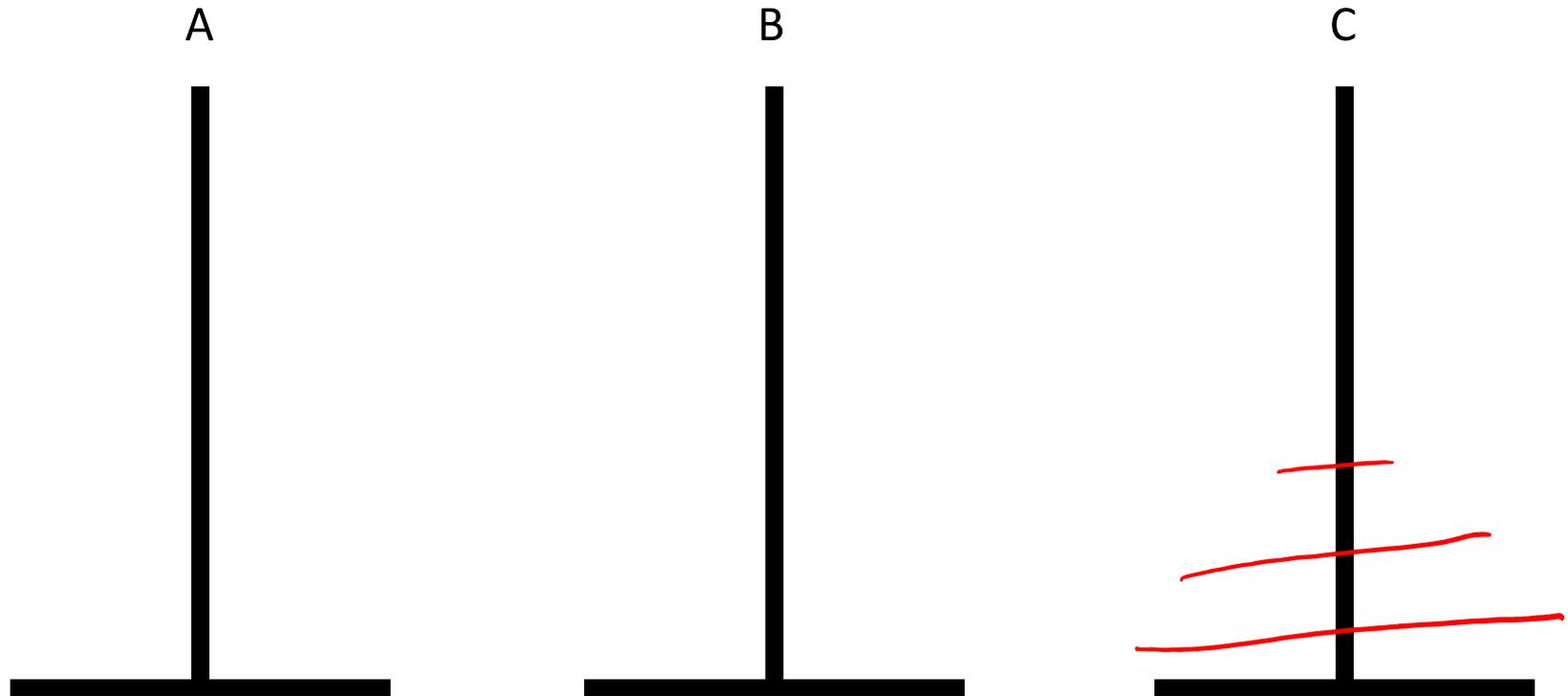
EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**



# Beispiel: Türme von Hanoi III

Nächster Fall: 2 Scheiben von A nach C

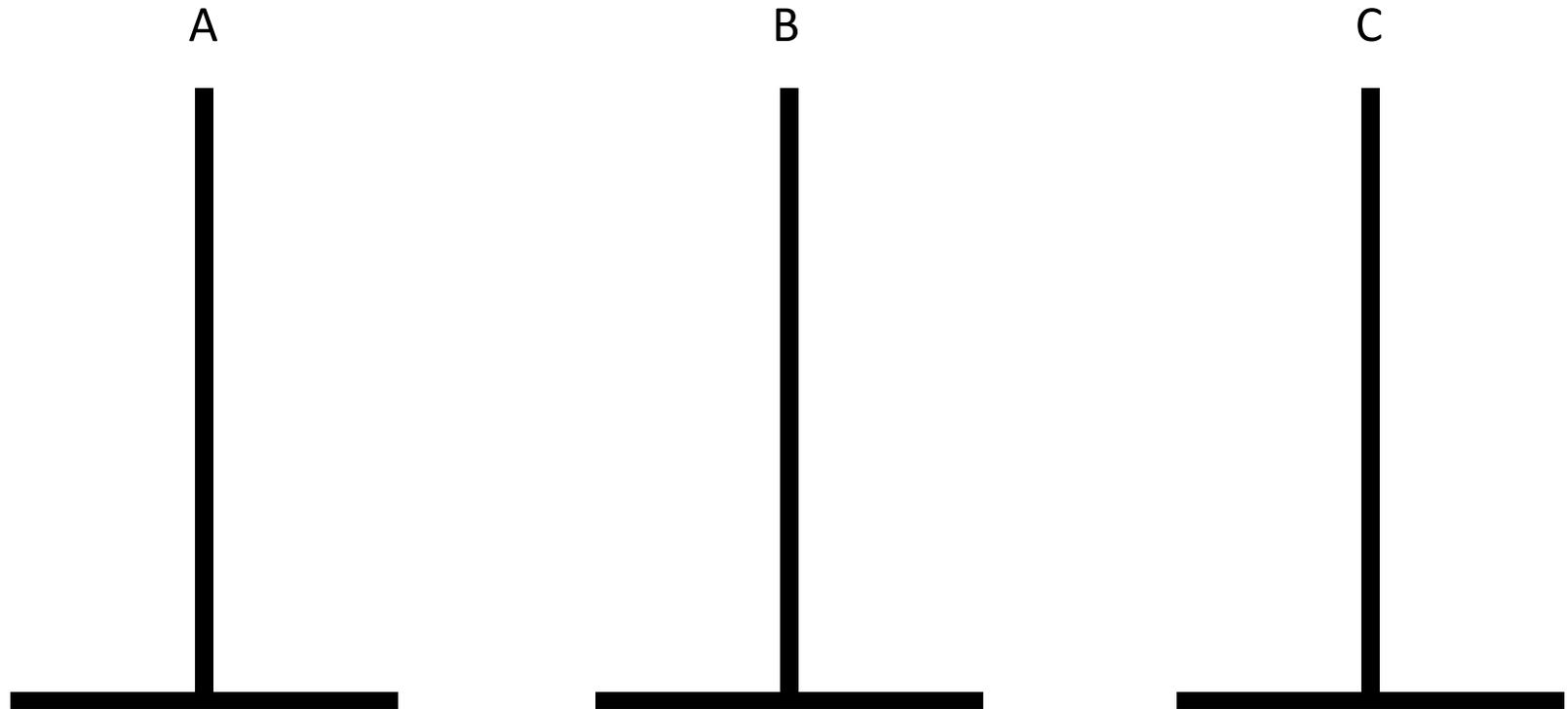
EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**



# Beispiel: Türme von Hanoi IV

## Lösungsidee:

- ▶ Falls Turm mit  $n-1$  Scheiben auf B, größte Scheibe auf A, dann kann einfach die Scheibe von A nach C verschoben werden, und äquivalentes Problem mit  $n-1$  Scheiben für Start B, Ziel C und Zwischenlager A tritt auf.

```
int hanoi(int n, platz start, zwischen, ziel) {  
    if (n==1) verschiebeScheibe(start,ziel) ;  
    else  
    {  
        hanoi(n-1, start, ziel, zwischen) ;  
        verschiebeScheibe(start,ziel) ;  
        hanoi(n-1, zwischen, start, ziel) ;  
    }  
}
```

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

# Beispiel: Türme von Hanoi V

**Anzahl Scheiben**

5

10

20

30

**Benötigte Zeit\***

31 Sekunden

17,1 Minute

12 Tage

34 Jahre

EINI LogWing /  
WiMa

**Kapitel 4**

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

\* Verschieben einer Scheibe dauert 1 Sekunde.

**In diesem Kapitel:**

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**

# Beispiel: Türme von Hanoi VI

EINI LogWing /  
WiMa

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

### Anzahl Scheiben

5

10

20

30

40

60

64

### Benötigte Zeit\*

31 Sekunden

17,1 Minute

12 Tage

34 Jahre

34.800 Jahre

36,6 Milliarden Jahre\*\*

585 Milliarden Jahre

\* Verschieben einer Scheibe dauert 1 Sekunde.

\*\* Alter des Universums: 13,7 Milliarden Jahre

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**



# Rekursion

---

Artikel im EINI-Wiki:

→ **Rekursion**

## Kapitel 4

Grundlagen  
imperativer  
Programmierung

### In diesem Kapitel:

- Prolog
- Funktionen
- **Rekursion**



## Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

### Nächste Termine

- ▶ Nächste Vorlesung – WiMa 5.12.2019, 08:15
- ▶ Nächste Vorlesung – LogWing 6.12.2019, 08:15